العنوان:	دراسة التداخل في حالة عدم التكرار في تجربة ذات عاملين
المؤلف الرئيسي:	عبداالله، فيدان محمود فهمي
مؤلفين آخرين:	أحمد، فريق سعيد(مشرف)
التاريخ الميلادي:	2004
موقع:	الموصل
الصفحات:	1 - 50
رقم MD:	552801
نوع المحتوى:	رسائل جامعية
اللغة:	Arabic
الدرجة العلمية:	رسالة ماجستير
الجامعة:	جامعة الموصل
الكلية:	كلية علوم الحاسبات والرياضيات
الدولة:	العراق
قواعد المعلومات:	Dissertations
مواضيع:	التداخل، القطاعات العشوائية، الاحصاء، التجارب ذات العاملين
رابط:	http://search.mandumah.com/Record/552801

دراسة التداخل في حالة عدم التكرار في
تجربة ذات عاملين

رسالة تقدمت بها
فيدان محمود فهمي عبدالله

إلى
مجلس كلية علوم الحاسبات و الرياضيات / جامعة الموصل
وهي جزء من متطلبات نيل شهادة الماجستير علوم في الإحصاء

بإشراف
الدكتور فريق سعيد احمد

١٤٢٥ هـ   ٢٠٠٤ م

Study of Interaction in Case of no Replication in tow factor experiment

A Thesis Submitted to
The council of the college of
Computers and Mathematics Sciences
University of Mosul,

As Partial Fulfillment of the Requirements
For the Degree of
Master of Science
In
Statistics

By
Fidan Mahmood Abd-Alaah

Supervised By Lecturer
Dr. Ferik Saeed Ahmed

2004 A.C. 1425 A.H.

إقرار المشرف

أشهد بأن إعداد هذه الرسالة جرت تحت إشرافي في جامعة الموصل وهي جزء من متطلبات شهادة الماجستير علوم في الإحصاء.

التوقيع :

المشرف : الدكتور فريق سعيد احمد

التاريخ :

إقرار المقوم اللغوي

أشهد بأن هذه الرسالة الموسومة " دراسة التفاعل في حالة تسجيل مشاهدة واحدة في بعض التصاميم " تمت مراجعتها من الناحية اللغوية وتصحيح ما ورد فيها من أخطاء لغوية وتعبيرية، وبذلك أصبحت الرسالة مؤهلة للمناقشة بقدر تعلق الأمر بسلامة وصحة التعبير .

التوقيع :

الاسم :

التاريخ :

إقرار رئيس لجنة الدراسات العليا

بناء على التوصيات المقدمة من قبل المشرف والمقوم اللغوي أرشح هذه الرسالة للمناقشة.

التوقيع :

الاسم :

رئيس لجنة الدراسات العليا

التاريخ :

بسم الله الرحمن الرحيم

عجبتُ لمن يوقن بالموت كيف يفرح

وعجبتُ لمن يوقن بالقدر كيف يحزن

وعجبتُ لمن يوقن بزوال الدنيا وتقلبها بأهلها

كيف يطمئن إليها ٠

لا اله إلا الله محمد رسول الله

صلى الله عليه وسلم

الإهداء:

إلى من حباني من حنانه ما نعمت به وأنا وليدة
ومن إرشاده ما قومني وأنا غصن رطيب ومن
عونه على تحصيل العلم ما مكنني من أن أجد
في طلب المعرفة وأنا تلميذة .

إلى روح جدي عبد الله محمود تغمده الله برحمته
أهدي رسالتي العلمية اعترافاً بفضله وحسن
توجيهه راجية من الله جل شأنه أن يتقبله
ويتقبل دعاء ابنة بارة لأب كريم استجابة لأمره
تعالى (وقل رب ارحمهما كما ربياني صغيرا)

فيدان محمود

شكر وتقدير

هذه عصارة جهدي واجتهادي فإذا كنت قد أصبت فمن الله تعالى وحده ، فسبحان الله الذي جعل الكمال له وحده والحمد لله رب العالمين على أنه وفقني لما أعطاني مـــن صـــحة لإكمال هذه الرسالة .

إن ما ذكرته الرسالة من صعوبات وما لم تذكره قد ذلل بفضـــل أســـتاذي المشـــرف الدكتور فريق سعيد أحمد الذي أيدني الله تعالى به، فيطيب لي في هذا المقام أن أتقدم بالشـــكر الوفير له على ما بذله من جهد علمي رصين وعلى تعامله الأبوي الجميل معي منذ البدايـــة، فجزاه الله عني كل الخير .

كما أتقدم بالشكر إلى رئاسة قسم الإحصاء و لأساتذتي الفاضلين على مساعدتهم لـــي وعلى رعايتهم الدائمة لي و تشجيعهم الدائم .

كما أتقدم ببالغ الشكر والتقدير للسادة رئيس وأعضاء لجنة المناقشة لتفضلهم بقبـــول مناقشة رسالتي.

ولا يفوتني هنا أن أسجل آيات شكري وتقديري وعرفاني لكل من زميلاتـــي (فـــرح ونوال و مناهل) و زملائي (احمد و زكريا و محمد و وائل) الذين واكبـــوني فـــي مهمتـــي الدراسية وعلى ما بذلوه من جهد لمساعدتي.

فيدان

المحتويات

الفصل الأول

المقدمة والاستعراض المرجعي

1-1المقدمة:

من الحقائق البارزة أن المكانة التي يحتلها علم من العلوم يرتبط ارتباطاً وثيقاً بمدى تأثير ذلك العلم في حياة المجتمع، وكما نعلم أن علم الإحصاء يلعب في هذه الأيام دوراً مهماً في تحليل و استخلاص النتائج لمختلف البحوث والدراسات في شتى المجالات وان علم الإحصاء يعني مجموعة الطرق و الوسائل والقواعد والقوانين المستندة على التحليل المنطقي والتي تستخدم كأفضل وسيلة لقياس وتحليل الظواهر و الحقائق واستخلاص النتائج و تفسيرها لتوضيح العلاقة القائمة بينها.

عند إجراء الاختبارات الإحصائية للفرضيات المقترحة أو عند وضع حدود الثقة حول التقديرات فإننا نستخدم التوزيعات المختلفة للعينات والتي تحدد حسب الاعتبارات الرياضية البحتة ، وذلك بوضع نموذج ما ، وافتراض ظروف معينة حول النموذج ثم تتبع الخطوات الخاصة بتوزيع العينات التي تناسب النموذج الرياضي الموضوع . ويساعد هذا النموذج بوصفه مرشداً للباحث في أن يستخلص من بياناته نتائج و معلومات يتوقف مدى أهميتها و دقتها على درجة و دقة تمثيل هذا النموذج للتجربة الفعلية . فإذا لم تستطع تجربة ما أن تحقق الخصائص المطلوبة في النماذج المتوافرة ، فقد يحاول الباحث في هذه الحالة أن يضع نموذجاً يناسب الاحتياجات الخاصة لتجربته ، غير انه في هذه الحالة لابد أن يواجه المشكلة التي ستقابله عند تحليل بياناته ويجد لها حلاً. فإذا توافرت له الصيغ اللازمة للوصول إلى توزيع عينات مناسبة ذات خصائص معروفة ، فان النموذج الخاص الذي وضعه لتجربته سوف يقوده للوصول إلى نتائج على درجة من الدقة.

في نموذج التصنيف باتجاهين الناشئ عن وجود مشاهدة واحدة لكل خليه، فرضية العدم الخاصة بالتأثيرات الرئيسية تختبر باستخدام نسبة M.S. للتاثيرات الرئيسية إلى M.S.E الخطأ لكن في حالة وجود التداخل بين التأثيرات الرئيسية فأن هذا الاختبار لا يصح، لذلك فإن البحث اهتم بدراسة تركيب التداخل وتأثير التداخل في الاختبار الاعتيادي للتأثيرات الرئيسية وقد قسم البحث إلى أربعة فصول رئيسية ، الفصل الأول يتضمن المقدمة والهدف والاستعراض المرجعي أما الفصل الثاني فيمثل الجانب النظري للدراسة والذي يتضمن بعض التعاريف الأساسية في التجارب المصممة و مشكلة التداخل (التفاعل) في نموذج التصنيف باتجاهين و اختبارات التداخل مثل اختبار Tukey واختبار Mandel واختبار نسبة الترجيح Likelihood Ratio المقدم من قبل Johnson & Graybill كذلك تناول الفصل عرضاً

لمقدرات الإمكان الأعظم لمعلمات نموذج التصنيف باتجاهين بوجود التداخل و طريقة لتقدير تباين الخطأ σ^2_ε في النموذج بوجود التداخل وإيجاد حدود الثقة لمعلمات النموذج .

أما الفصل الثالث فيمثل الجانب التطبيقي للرسالة حيث تم تطبيق ما سبق دراسته في الفصل الثاني على مجموعتين من بيانات التصنيف باتجاهين.

أما الفصل الرابع فتضمن الاستنتاجات والتوصيات التي تم التوصل إليها من خلال الفصول السابقة.

2-1 الاستعراض المرجعي:

لقد وضع الأساس للمفاهيم والقواعد الخاصة بتصميم التجارب وتحليلها في عام 1925 باستثناء التجارب العاملية ، التي كانت تسمى التجارب المعقدة Complex experiment حتى عام 1926 حيث جاء Fisher وصنفها كتجربة عاملية وقد اتبع Yates من بعده هذه التسمية [5] .

وبما أن Fisher له الفضل الأول في تطوير التجارب العاملية وتحليلها فإن Yates يعد صاحب فضل كبير في تعزيز هذا التطور والتحليل للتجارب العاملية حيث أن العمل في التصاميم العاملية وضعت من قبل Yates في كتيب نشر عام 1937 .

لقد اهتم العديد من الباحثين بدراسة نموذج التصنيف باتجاهين بمشاهدة واحدة لكل خلية في حالة وجود التداخل أي $\eta_{ij} \neq 0$ لبعض i أو j في النموذج العام

$$y_{ij} = \mu + T_i + B_j + \eta_{ij} \qquad \textbf{.....(1-1)}$$

$$\begin{cases} i = 1,2,3,\ldots,t \\ j = 1,2,3,\ldots b \end{cases}$$

حيث T_i هي تأثير العامل الأول و B_j هي تأثير القطاع j أو العامل الثاني و η_{ij} هي التداخل بين المستوى i من العامل الأول والمستوى j من العامل الثاني .

وإحدى هذه الاهتمامات كانت بالتعبير عن η_{ij} بإحدى الدوال لتأثير العامل الأول وتأثير القطاع (العامل الثاني) $f(T_i,B_j)$ أو دالة لمعلمات إضافية معرفة $f(\lambda, \alpha_i, \gamma_j)$ أو دالة مركبة من هاتين الدالتين.

كان Tukey (1949) أول من درس النموذج العام (1-1) وقدم طريقة لاختبار التداخل أي الفرضية $H_0: \eta_{ij} = 0$ ضد الفرضية البديلة $H_A: \eta_{ij} \neq 0$ معتمدا على درجة حرية واحدة ، ولم يقترح أي شكل محدد للتداخل ، وفي عام 1955 فقد بين Tukey أن

اختباره يمكن أن يمتد ليختبر التداخل في المربع اللاتيني والنموذج في هذه الحالة هي بالشكل الآتي.

$$.....(2\text{-}1)\ y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \eta_{ijk}$$

$$\begin{cases} i=1,2,3,\ldots\ldots, t \\ j=1,2,3,\ldots\ldots,b \\ k=1,2,3,\ldots\ldots,c \end{cases}$$

حيث أن α_i تمثل تأثير الصف i و β_j تمثل تأثير العمود j و γ_k تمثل تأثير المعاملة k

في عام 1952 درس Williams النموذج

$$.....(3\text{-}1)\ y_{ij} = \lambda\alpha_i\gamma_j + B_j + \varepsilon_{ij}$$

وبين أن مقدر LS لـــ λ هي الجذر الأكبر للمصفوفة $T= (t_{jk})$

حيث $$y_{ij} = \sum_j (y_{ij} - \bar{y}_{\cdot j})(y_{jk} - \bar{y}_{\cdot k})$$

كذلك قام في نفس العام بدراسة النموذج

$$y_{ij} = \lambda c_i d_j + \alpha_i + B_j + \varepsilon_{ij} \qquad ....(4\text{-}1)$$

وبين أيضا أن مقدر LS تساوي أكبر جذر للمصفوفة $V = (v_{jk})$

حيث $$v_{jk} = \sum (y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j})(y_{jk} - \bar{y}_{i}. - \bar{y}_{.k})$$

لقـــد درس كـــل مـــن Ward and Dick (1952)، Scheffé (1959)، Graybill (1961)، الاختبار المقدم من قبل Tukey وتوصلوا إلى وجود علاقة واضحة بين إحصائية Tukey والنموذج في حالة التداخل من نوع $\eta_{ij}= CT_iB_j$ [17].

ومن ثم استطاع Ghosh and Sharma (1963) ايجاد دالة القوى لـــ اختبار Tukey في حالة التداخل $\eta_{ij}= CT_iB_j$ وقاما بإجراء حسابات عددية في حالة $t = b = 6$ و وجـــدوا أن قوة اختبار Tukey لفرضية عدم وجود التداخل ضد البديلة عالية .

Mandel (1969) أخذ بالاعتبار أيضا التداخل في نموذج المربع اللاتينـــي وقـــدم اختبار للتداخل في حالة $\eta_{ijk} = \lambda u_iv_j$ حيث u_i ,v_j محددة مسبقا و λ ثابت غير معروف.

وهنالك العديد من التعـــديلات اقترحـــت لاختبـــار Tukey مثـــل Tukey (1962) (1959) (1961) Mandel (1969)، Harter (1962)، Millikan (1970)، وكل هذه الاختبارات أظهرت قوة جيدة عندما يكون التداخل دالة للتأثيرات (تأثير الصف والعمود).

ففي عام 1969 عرف Mandel عدة نماذج كحالات خاصة من نموذج تحليل التباين العاملي وهذه الحالات حصل عليها بفرض تركيب معين للتداخل η_{ij} في النموذج العام .

أما نموذج رزمة من الخطوط المستقيمة فأعطى Mandel تحليل التباين لها

متضمنا تقدير واختبار المعنوية والنموذج كان أكثر معنوية مما ضمن في Tukey (1949) والعلاقة بين الطريقتين نوقشت وطبقت العلاقة لأنواع مختلفة من المسائل العددية .

كذلك Milliken and Graybill (1970) درسا بعض الحالات الخاصة المفيـــدة للنموذج العام وإحدى هذه الحالات كانت النموذج المتقاطع وقدما اختباراً فـــي هـــذه الحالـــة وكانت النتائج مماثلة لاختبار Tukey .

أما Johnson and Graybill (١٩٧٢-a) فقد بيّنا طريقة لتقدير تباين الخطأ σ^2_ε في حالة كون التداخل من النوع $\eta_{ij} = \lambda\,\alpha_i\gamma_j$ وأشارا إلى إمكانية استخدام هذه الطريقة لمعرفة سبب التداخل . و قام الباحثان بدراسة أخرى واستخدما طريقة الإمكان الأعظم لتقدير معلمات النموذج وتباين الخطأ σ^2 في حالة وجود التداخل واقترحا اختبار liklihood ratio لاختبار فرضية التداخل وفرضية تساوي المعاملات .

أما في البحث المقدم من قبل Hegeman and Johnson (١٩٧٦-a) فقد نـــوقش تحليل بيانات التصميم باتجاهين بوجود التداخل ومشاهدة واحدة لكل خلية للنموذج العام فـــي حالة التداخل.

$$\eta_{ij} = \theta_1\,\alpha_{1i}\gamma_{1j} + \theta_2\,\alpha_{2i}\gamma_{2j}$$

وتم إيجاد حدود الثقة لجهة واحدة لتباين الخطأ وعدد من جداول القيم الحرجة لاختبار تـــأثير المعاملات وكذلك القيم حرجة لاختبار الفرضية $\theta_2 = o$ في النمـــوذج وفـــي نفـــس العـــام قام نفس الباحثان بدراسة مقارنة قوة اختبار Tukey نسبة لـــ قوة الاختبار المقدم مـــن قبـــل Johnson and Graybill و أشارا إلى استخدام اختبار Tukey في حالـــة وجـــود ارتبـــاط معنوي بين تأثير التداخل و تأثير المعاملة و ارتباط معنوي بين تأثير التداخل و تأثير القطاع، والاختبار الآخر فيما عدا ذلك .

Yochmowitz and Cornell (1978) استخدما طريقةstep wiseالمعتمدة علـــى إحصائية نسبة الترجيح لمعرفة عدد المركبات (الناتجة من حاصل الضـــرب) فـــي نمـــوذج التصنيف باتجاهين.

وفي عام 1981 قام Marasinghe and Johnson بدراسة مشكلة تحليل مركبـــات معاملات التصنيف باتجاهين بمشاهدة واحدة لكل خلية و قدما طريقة اختبـــار تمكـــن تحليـــل البيانات من معرفة(القطاعات) التي تكون البيانات فيها تجميعية(إضافية) والطريقة طـــورت بافتراض أن نموذج التداخل الضربي يناسب البيانات مثل النموذج.

$$y_{ij} = \mu + T_i + B_j + \lambda\,\alpha_i\gamma_j + \varepsilon_{ij} \qquad \ldots(5\text{-}1)$$

$$\begin{cases} i=1,2,3,\ldots,t \\ j=1,2,3,\ldots,b \end{cases}$$

حيث ان

y_{ij} : قيمة المشاهدة للوحدة التجريبية التي اخذت المعاملة i والمعاملة j .

μ : قيم المتوسط العام

T_i : تاثير المعاملة i

B_j : تاثير المعاملة j

$\lambda\, \alpha_i\gamma_j$: تاثير التداخل بين المعاملة i والمعاملة j

ε_{ij} : تاثير الخطأ التجريبي الخاص بالمشاهدة التي اخذت المعاملة i والمعاملة j .

بافتراض ε_{ij} يتوزع توزيعاً طبيعياً مستقلاً بمتوسط مقداره صفر و تباين $\sigma^2{}_\varepsilon$ والمعلمات الأخرى فرضت أنها ثوابت غير معلومة.

وبصورة عامة ربما حددت المشكلة كواحدة من الاختبارات

$$H_0{:}H\alpha=0 \quad VS. \quad H_a{:}H\alpha \neq 0$$

حيث $\alpha=(\alpha_1, \alpha_2,\dots, \alpha_t)$ و H هي $t*q$ مصفوفة المتضادات

اشتقت إحصائية نسبة الإمكان لهذه الاختبار وأعطيت القيم الحرجة التقريبية أعطيت للحالات $q=1$،$q=2$ و في عام 1982 قام الباحثان بتقديم اختبار نسبة الترجيح للفرضية

$$H_0{:}\ H\alpha=0 \text{ and } Gy=0 \quad VS. \quad H_a{:}H\alpha \neq 0 \text{ or } Gy \neq 0$$

حيث ان

H هي مصفوفة $q\times t$ لمتضادات المصفوفة ذات الرتبة q

G هي مصفوفة $r\times b$ لمتضادات المصفوفة ذات الرتبة r

و يمكن أن تستخدم الطريقة للبحث عن مركبة المعاملات التي تسهم بشكل فعلي في ظاهرة عدم الإضافية في البيانات وبينوا طريقة لإيجاد النقاط الحرجة لإحصائية الاختبار و أعطيت الجداول لبعض القيم المختارة لـ r,b,t,a وقاموا باشتقاق مقدر مطور لـ σ^2_ε و جميع النتائج عززت بأمثلة.

في نفس العام 1982 قام الباحث Ronald D. Snee بدراسة عدم الإضافية في نموذج التصنيف باتجاهين بتسجيل مشاهدة واحدة لكل خليه وتوصل إلى أن عدم الإضافية ربما يكون نتيجة التداخل او نتيجة عدم تجانس تباين الصف او العمود.

أما(١٩٩٠) Goodman and Haberman فقد درسا حدود الثقة لمعلمات نموذج التصنيف باتجاهين بوجود التداخل و تسجيل مشاهده واحدة،كذلك قدما اختبارات F , t لمختلف فرضيات العلاقة بين معلمات النموذج.

واستمرت الدراسات التطبيقية على نماذج التصنيف باتجاهين بوجود التداخل في حالة تسجيل مشاهدة واحدة لكل خلية إلى يومنا هذا في كثير من الدراسات الكيميائيــة والفيزيائيــة ودراسات علوم الأرض وبعض الدراسات الأخرى التي يصعب فيها الحصول على اكثر مــن مشاهدة واحدة في كل خلية.

3-1 الهدف:

في كثير من الأحيان لا يعير الباحث لنماذج التصنيف باتجاهين في حالة عدم وجــود التكرار في المشاهدات أهميةً لمشكلة التداخل بين التأثيرات الرئيسية فيــتم تحليــل البيانــات واختبار الفرضيات الخاصة بالتأثيرات الرئيسية بالطريقة الاعتيادية ، لكن في حالــة وجــود التداخل بين التأثيرات الرئيسية هذا الاختبار لا يصلح، لذلك فان هدف البحث هو :

١. دراسة تأثير التداخل على الاختبارات الاعتيادية للتأثيرات الرئيسية.
٢. تحديد عامل واحد أو اكثر أو خلية واحدة أو اكثر مسببة للتداخل.

الفصل الثاني

الجانب النظري

1-2 التعاريف الأساسية في تصميم التجارب .

التجربة Experiment[1]:

و هي إحدى الوسائل العلمية للتخطيط المرسوم حول اختبار الفرضيات و اكتشافها و الحصول على معلومات جديدة بين المتغيرات و تساهم في تحديد المشكلة المراد دراستها و اختبار المتغير المؤثر و تحديد العوامل ومستوياتها. وتقسم بصورة عامة إلى مجموعتين:

أ. تجارب بسيطة : وفيها يدرس عامل واحد فقط.

ب. تجارب عاملية وفي هذه التجارب يدرس تأثير عاملين أو أكثر ، وذلك باستخدام جميع التوافيق الممكنة combinations بين عدة مستويات مختلفة للعوامل المراد دراستها .

الوحدة التجريبيةExperiment Unit[1]:

تعرف الوحدة التجريبية بأنها أصغر جزء أو قسم من مواد التجربة تـوزع عليها المعاملة في التجربة . وتستخدم في تسجيل المشاهدات وقياس تأثير المعاملات في المتغير تحت الدراسة وقد تكون الوحدة التجريبية إنسانا أو نباتا أو حيوانا أو قطعة أرض .

المعاملات (المعالجات) Treatments[3]:

تعرف المعاملة أو المعالجة بأنها مجموعة من الظروف التجريبية توضع تحت سيطرة الباحث وتوزع عليها الوحدات التجريبية حسب التصميم التجريبي المختار ، وقد تكون المعاملات تحت الدراسة تمثل معاملات كمية أو وصفية .

الخطأ التجريبي Experimental Error[1] :

هو مقياس الاختلاف الطبيعي بين الوحدات التجريبية التي عوملت بنفس المعاملة وينشأ هذا الخطأ من اختلافات ذاتية للوحدات التجريبية غير المتجانسة أو من اختلافات في التطبيق غير الملائم لتكرار المعاملات على الوحدات التجريبية . أحيانا يتولد الخطأ التجريبي من أخطاء فنية في التسجيل أو قياس المشاهدات .

تحليل التباينAnalysis of Variance[1]:

يقصد بتحليل التباين الأسلوب الرياضي الذي تتم بموجبه تجزئة مجموع المربعات الكلي لمجموعة من البيانات إلى مصادره المختلفة والمسؤولة عن وجوده ، وتلخص النتائج في جدول بعد الانتهاء من التحليل يسمى جدول تحليل التباين (ANOVA Table).

وتحليل التباين هذا مبني على أربعة فروض أساسية من المهم توافرها في البيانات وهي

١. الــتأثيرات الأساسية التجميعية.

وهذا يعني أن تأثير المعاملات والتأثيرات الأخرى مع المتوسط العام تضاف إلى بعضها لتحديد قيمة المشاهدة عند كل نموذج رياضي خاص بكل تصميم . وهذا يعني أن تأثير المعاملات ثابت أي عدم وجود التداخل بين تأثير المعاملات والوحدات التجريبية ولا يتأثر بتطبيق معاملة أخرى على وحدة تجريبية مجاورة ويمكن قيــاس الفرق بين تأثير معاملتين بالفرق بين متوسط جميع الوحدات التجريبية التـــي أخـــذت المعاملة الأخرى.

٢. التوزيع العشوائي المستقل والطبيعي للخطأ التجريبي.

نظرا لما يحققه هذا الشرط من أهمية أساسية عند اختبار الفرضيات إذ يفترض أن الأخطاء (ε_{ij}) تتوزع توزيعا عشوائيا ومستقلاً وتسلك ســلوك التوزيــع الطبيعي لمتوسط عام يساوي الصفر وتباين قدره $\sigma^2\varepsilon$ ويعبر عنه بالشكل الآتي.

$$\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2\varepsilon)$$

ومن حسن الأقدار أن هذا الفرض لا يؤثر بشكل خطير على صحة تحليل البيانات كما في الفرض السابق وان خير ضمان ضد عدم توافره هو تطبيق التوزيــع العشــوائي المناسب للتصميم المستخدم بصورة صحيحة .

٣. تجانس تباين العينات المختلفة .

يعني هذا الفرض أن تكون الاختلافات العشوائية داخل العينات متساوية ومن ثــم تكون الاختلافات العشوائية متساوية بالنسبة إلى العينات المختلفة ممــا يســاعد فــي الحصول على تباين مشترك للخطأ التجريبي لجميع العينات وممكن الكشف عن مشكلة عدم التجانس بإجراء اختبار بارتلت (Bartellet's test) وأفضل طريقة لمعالجة هذه المشكلة تطبيق أسلوب تحويل البيانات (Data transformation) وخاصة التحويل اللوغاريتمي للبيانات .

٤. الاستقلالية بين المتوسطات والتباينات.

إن وجود علاقة ارتباط بين المتوسطات والتباينات للعينات المختلفة من أهم الأسباب التي تؤدي إلى الإخلال بتجانس التباينات ولهذا يجب التأكد من توافر هذا الاســتقلال بين المتوسطات والتباينات لكي يستمر التحليل بالشكل الصحيح مــع العلــم أن هــذا الفرض ليس ضروريا في حالة عدم توافره بل من الممكن تحويل البيانـــات بطريقـــة يصبح فيها هذا الفرض ممكنا .

بما أن دراستنا تتناول دراسة التداخل في نموذج التصنيف باتجاهين لمشاهدة واحدة لكل خلية فلابد من إعطاء فكرة موجزة عن تصميم القطاعات العشوائية الكاملة.

٢-٢ تصميم القطاعات العشوائية الكاملة [1] .

Randomized Complete Block Design (R.C.B.D.)

هو ذلك التصميم الذي تقسم فيه الوحدات التجريبية إلى مجاميع (قطاعات) تضم كل منها وحدات تجريبية متجانسة داخل كل قطاع وتوزع المعاملات توزيعا عشـــوائيا ومســـتقلا داخل كل قطاع ويجب ان يحتوي كل قطاع على جميع المعاملات ، والنموذج الرياضي لهذا التصميم هو :

$$y_{ij} = \mu + T_i + B_j + \varepsilon_{ij} \qquad \ldots\ldots(1\text{-}2)$$

$$i = 1,2,\ldots\ldots,t$$

$$j = 1,2,\ldots\ldots,r$$

y_{ij} : قيمة المشاهدة للوحدة التجريبية التي أخذت المعالجة (i) في القطاع (j) .

μ : قيمة المتوسط العام .

T_i : تأثير المعاملة i

B_j: تأثير القطاع j

ε_{ij} : الخطأ التجريبي الخاص بالمشاهدة التي أخذت المعاملة (i) ضمن القطاع (j)

وجدول تحليل التباين لهذا التصميم هو :

جدول (2-1)

تحليل التباين لتصميم القطاعات العشوائية الكاملة

S.O.V.	d.f.	S.S.	M.S.
Blocks	r-1	$\frac{\sum Y.j^2}{t} - \frac{Y..^2}{rt}$	SSr/r-1
Treatments	t-1	$\frac{\sum_i Y_i.^2}{r} - \frac{Y..^2}{rt}$	SSt/t-1
Error	(r-1)(t-1)	SSe=SST-SSr-SSt	SSe/(t-1)(r-1)
Total	rt-1	$\sum\sum y_{ij}^2 - \frac{Y..^2}{rt}$	

و المخطط الآتي يوضح مثالا لتوزيع المعالجات عشوائيا (a,b,c) داخل كل قطاع من القطاعات الثلاثة بحيث يحتوي على المعاملات كافة و كالآتي:

الشكل (2-1)

يوضح توزيع المعالجات في كل قطاع لتصميم القطاعات العشوائية الكاملة

القطاع الأول	القطاع الثاني	القطاع الثالث
b	c	a
c	b	c
a	a	b

3-2 التصنيف باتجاهين بوجود التداخل:

قبل أن نناقش التصنيف باتجاهين بوجود التداخل سوف نعرف ماذا نعني بمصطلح التداخل .

إن التداخل بين عاملين هو عجز مستويات أحد العوامل على الاحتفاظ بنفس الدرجة والمقدار من الفاعلية أو الكفاءة عند كل مستوى من مستويات العامل الثاني ولتعريف مفهوم التداخل اعتبرت الدالة لمتغيرين $f(x,z)$.

تعريف 1 [29]: $f(x,z)$ سوف تعرف أن تكون دالة بدون تداخل إذا وفقط إذا كان هناك دوال $g(x)$ و $h(y)$ حيث أن .

$$f(x,z) = g(x)+ h(z)$$

كمثال الدوال X^2+XZ و $X^2+\log Z+XZ^2$ و e^{XZ} و e^{Z+X} لها تداخل

لكن الدوال $X+Z$ و $\log XZ$ و X^2+2X+Z^2+2Z ليس لها تداخل

التعريف السابق يمكن أن يمتد لأي عدد من المتغيرات كذلك الدالة $f(x,u,v,\ldots,z)$ ليس لها تداخل إذا كان

$$f(x,u,v,\ldots,z)=h_1(x)+h_2(u)+h_3(v)+\ldots+h_t(z)$$

ولها تداخل فيما عدا ذلك.

الشيء الملاحظ في النموذج بدون تداخل $f(x,z)$ هو لقيمتين لــ x ، $x=a$ و $x=b$ ،الكمية $f(a,z)=f(b,z)$ لا تعتمد على z كذلك بالنسبة لقيمتين ل z.

نموذج التصنيف باتجاهين يمكن أن يكتب بالشكل:

$$y_{ij} = \mu_{ij} + e_{ij} \qquad \ldots(2\text{-}2)$$
$$i=1,2,..,t$$
$$j=1,2,..,b$$

حيث أن μ_{ij} هو التأثير الكلي لتوافيق للمستوى i من العامل A والمستوى j من العامل B.

إذا التأثير الكلي هو فقط مجموع التأثيرات i لــ A والذي هو T_i مضافا إلية التأثير j لــ B الذي هو B_j إذاً

$$\mu_{ij} = \mu + T_i + B_j$$
$$\mu_{1j} - \mu_{2j} = T_1 - T_2 \quad , \quad \mu_{1j'} - \mu_{2j'} = T_1 - T_2$$

الذي يؤدي إلى أن

$$(\mu_{1j} - \mu_{2j}) - (\mu_{1j'} - \mu_{2j'}) = 0$$

و بشكل عام

$$(\mu_{ij} - \mu_{i'j}) - (\mu_{ij'} - \mu_{i'j'}) = 0$$

لكل j', j, i', i

ألان نضع التعريف الأتي:

تعريف 2 [16]: نموذج التصنيف باتجاهين $y_{ij} = \mu_{ij} + e_{ij}$ يقال انه نموذج إضافي أو بعبارة أخرى نموذج خال من التداخل إذا و فقط إذا كان

$$(\mu_{ij} - \mu_{i'j}) - (\mu_{ij'} - \mu_{i'j'}) = 0$$

لكل j', j, i', i فيما عدا ذلك يقال انه نموذج غير إضافي أو نموذج يحتوي على التداخل

افرض أن

$$\mu_{ij} = \mu + T_i + B_j + \eta_{ij}$$

إذاً

$$(\mu_{ij} - \mu_{i'j}) - (\mu_{ij'} - \mu_{i'j'}) = \eta_{ij} - \eta_{i'j} - \eta_{ij'} + \eta_{i'j'}$$

إذا لم تكن صفر هذا يعني أن التأثير الصحيح للفرق بين مستويين لــA تعتمد لأي مستوى مستخدم لــ B

4-2 اختبار التداخل.

لقد قام العديد من الباحثين بدراسة مشكله التداخل في نمــوذج التصــنيف باتجــاهين بمشاهده واحدة لكل خلية وقدموا العديد من الطرق لاختبار التداخل نأخذ منها :

1.4-2 اختبار Tukey (1949) [31].

اقترح Tukey الطريقة الآتية لاختبار التداخل في نموذج التصنيف باتجاهين أي الفرضية

$$H_0 : \eta = 0 \quad \text{vs.} \quad H_A : \eta \neq 0$$

أ. **النموذج**[29] .

عند افتراض أن

$$\eta = \eta_{ij} = G\, \alpha_i\, \beta_j \ldots\ldots(3\text{-}2)$$

حيث G ثابت،أي أن التداخل η_{ij} هي دالة للتأثيرات الرئيسية α_i ، β_j للخليــة. وهــذه الدالة فرضت أن تكون متعددة الحدود من الدرجة الثانية.

$$\eta_{ij} = A + B\alpha_i + C\beta_j + D\,\alpha_i^{\,2} + G\alpha_i\,\beta_j + H\beta_j^{\,2} \ldots\ldots..(4\text{-}2)$$

بما أن $\alpha_. = \beta_. = \eta_{i.} = \eta_{.j} = 0$

من (4-2) نحسب

$$\eta_{i.} = A + B\alpha_i + D\alpha_i^{\,2} + H\theta = 0$$

حيث أن

$$\theta = \Sigma\, \beta_j^2 / J$$

$$\eta_{.j} = A + C\beta_j + D\Phi + H\beta_j^2 = 0$$

حيث أن

$$\Phi = \Sigma\, \alpha_i^{\,2} / I$$

$$B\alpha_i + D\alpha_i^{\,2} = -A - H\theta$$

$$C\beta_j + H\beta_j^2 = -A - D\Phi$$

بالتعويض في (4-2) ينتج

$$\eta_{ij} = -A - H\theta - D\Phi + G\alpha_i\,\beta_j \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(5\text{-}2)$$

لكن

$$\eta_{i.} = -A - H\theta - D\Phi = 0$$

لذلك (5-2) تخفض إلى (3-2)

إذا النموذج هو

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + G\,\alpha_i\,\beta_j + \varepsilon_{ij} \quad \ldots\ldots\ldots(6\text{-}2)$$

$$\varepsilon_{ij} \sim N(0,\ \sigma^2\varepsilon)$$

$$\alpha_. = \beta_. = 0$$

ب. **تحليل التباين**[29].

لنفرض ان $\{\alpha_i\}$، $\{\beta_j\}$ معلومة.

نوجد مقدر LS $(\hat{G})$ لــ G بتصغير

$$\rho = \sum\sum\ (y_{ij} - \mu - \alpha_i - \beta_j - G\,\alpha_i\,\beta_j)^2$$

الشرط

$$\partial\rho / \partial G = 0$$

يعطي

$$\hat{G} = \Sigma\Sigma\alpha_i\beta_j y_{ij} / \Sigma\alpha_i^2\Sigma\beta_j^2$$

لان

$$\Sigma\Sigma\alpha_i\beta_j = \Sigma\Sigma\alpha_i^2\beta_j = \Sigma\Sigma\alpha_i\beta_j^2 = 0$$

ولإيجاد مجموع مربعات التداخل

$$\Sigma\Sigma\,\hat{\eta}_{ij}^{\,2} = \hat{G}^2\Sigma\alpha_i^2\Sigma\beta_j^2$$

حيث

$ij = \hat{G}\alpha i\beta j\hat{\eta}$

والتي يمكن أن تكتب بالشكل

$$\Sigma\Sigma\hat{\eta}_{ij}^{2}=[\Sigma\Sigma\alpha_i\beta_j y_{ij}]^2/\Sigma\alpha_i^2\Sigma\beta_j^2$$

بما أن $\hat{\alpha}_i$ و $\hat{\beta}_j$ غير معروفة نستبدلها بمقدراتها لنحصل على

$$SS_G=[\Sigma\Sigma\hat{\alpha}_i\hat{\beta}_j y_{ij}]^2/\Sigma\hat{\alpha}_i^2\Sigma\hat{\beta}_j^2$$

حيث أن $\hat{\alpha}_i$ و $\hat{\beta}_j$ هي مقدراتLS لـــ α_i و β_j

اذاً

$$SS_G=[\Sigma\Sigma y_{ij}(y_{i.}-y_{..})(y_{.j}-y_{..})]^2/\Sigma(y_{i.}-y_{..})^2\Sigma(y_{.j}-y_{..})^2$$

بما أن

$$[\Sigma\Sigma y_{ij}(y_{i.}-y_{..})(y_{.j}-y_{..})]^2=$$

$$[\Sigma\Sigma y_{ij}y_{i.}y_{.j}/at-(y_{..}/at)((\Sigma y_{i.}^2/t-y_{..}^2/at)+(\Sigma y_{.j}^2/a-y_{..}^2/at)+y_{..}^2/at)]^2$$

$$=1/a^2t^2\,[\Sigma\Sigma y_{ij}y_{i.}y_{.j}-y_{..}(Ass+Tss+y_{..}^2/at)]^2$$

جدول (2-2)

تحليل التباين لاختبار التداخل في تصميم عاملين بمشاهدة واحدة لكل خلية

S.O.V	d.f	S.S	M.S	F	Ftab
Factor A	a-1	SS_A			
Factor B	t-1	SS_T			
Nonadditivity	1	SS_G	MS_G	F_G	$F\alpha(1,(a-1)(t-1)-1)$
Residual	(a-1)(t-1)-1	SS_R	MS_R		
Total	ta-1	$\sum Y_{ij}^2 - Y..^2/ta$			

2.4-2 اختبار Mandel (1961)[23]:

في حالة تحليل تباين التصنيف باتجاهين بمشاهدة واحدة لكل خلية يوجـد عـادةً نسق من تداخل الصفوف و الأعمدة . ففي عام (1961) اقتـرح Mandel نمـوذج رزمة من الخطوط المستقيمة و قام بتحليل التباين والاختبار طبقا لذلك،أي التداخل من النوع $\eta_{ij}=Q_i\gamma_j$

حيث أن Q_i معلمة الصف i و ليس بالضرورة أن ترتبط مع التأثيرات الرئيسية للصفوف و γ_j التأثير الرئيسي للعمود j .

خطوات الاختبار

أ-النموذج.

لـــــتكنy_{ij} مشـــــاهدات صـــــنفت حســـــب معيــــارين A_i وB_j حيـــــث $(j=1,2,\ldots,n,\ i=1,2,\ldots,m)$ سوف نفرض ان اخطاء المشاهدات y_{ij} تكون عينة من مجتمع طبيعي بمتوسط صفر و تباين σ^2 و النموذج العام هو:

$$y_{ij}=\mu+\rho_i+\gamma_j+T_{ij}+\varepsilon_{ij} \qquad \ldots\ldots(7\text{-}2)$$

$$i=1,2,..,m$$

$$j=1,2,..,n$$

$$\Sigma\rho_i=\Sigma\gamma_j=0 \qquad \ldots\ldots.(8\text{-}2)$$

$$\Sigma_i T_{ij}=\Sigma_j T_{ij}=0 \qquad \ldots\ldots\ (9\text{-}2)$$

$$\bar{y}_{.j}=\sum_i y_{ij}/m$$

من (7-2) و (8-2) و (9-2) نجد أن

$$E(y_{ij})=\mu+\rho_i+\gamma_j+T_{ij}$$

$$E(\bar{y}_{.j})=\mu+\gamma_j$$

اذاً

$$E(y_{ij}-\bar{y}_{.j})=\rho_i+T_{ij} \qquad \ldots\ldots.(10\text{-}2)$$

و هذا يعطينا مميزات مفيدة للتداخل

أولاً نرى في حالة عدم وجود التداخل الكمية

$$E(y_{ij}-\bar{y}_{.j})=\rho_i$$

لا تعتمد على j . هذا يؤدي إلى أن لأي صف الفرق بين أي عنصر في الصف و الوسط الحسابي للعمود المناظر هي جزء من الخطأ العشوائي

في حالة وجود التداخل يمكن أن نقوم بوضع افتراضات محددة معتبرين اعتماد $E(y_{ij}-\bar{y}_{.j})$ علىj.

كذلك نحصل على حالات مفيدة من العدم الإضافية بافتراض أن لأي صف معطى الكمية $E(y_{ij}-\bar{y}_{.j})$ هي دالة خطية لـــ γ_j

$$E(y_{ij}-\bar{y}_{.j})=\rho_i+Q_i\gamma_j$$

هذا مكافئ للافتراض

$$T_{ij}=Q_i\gamma_j \qquad \ldots.(11\text{-}2)$$

من(9-2) و(11-2) نجد

$$\Sigma Q_i=0 \qquad \ldots.(12\text{-}2)$$

اذاً تحليل البيانات تخضع لهذه الفرضية أي النموذج

$$y_{ij}=\mu+\rho_i+\gamma_j+Q_i\gamma_j+\varepsilon_{ij} \qquad \ldots\ldots(13\text{-}2)$$
$$\Sigma\rho_i=\Sigma\gamma_j=\Sigma Q_i=0$$

ب – تحليل التباين.

في حالة تصنيف البيانات باتجاهين لتكن

$$\bar{y}=\bar{y}_{..}$$
$$R_i=\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..}$$
$$C_j=\bar{y}_{.j}-\bar{y}_{..}$$

في المتطابقة

$$y_{ij}=\bar{y}+R_i+C_j+(b_i-1)C_j+\Delta_{ij} \qquad \ldots\ldots.(14\text{-}2)$$

حيث

$$\Delta_{ij}=(y_{ij}-y_{i.})-b_iC_j$$

إذا عرفّنا الكمية b_i ب

$$b_i=\Sigma y_{ij}C_j / \Sigma C_j^2 \qquad \ldots\ldots.(15\text{-}2)$$

هذا ومن السهولة إثبات أن

$$\Sigma\Sigma y_{ij}^2=mn\,\bar{y}^2+n\Sigma R_i^2+m\Sigma C_j^2+\Sigma(b_i-1)^2\Sigma C_j^2+\Sigma\Sigma\,\Delta_{ij}^{\ 2} \qquad \ldots.(16\text{-}2)$$

وطبقاً لهذه المتطابقة تحليل التباين يمكن أن تكون كما مبين في الجدول الآتي:

جدول (2-3)

جدول تحليل البيانات للمتطابقة (2-16)

S.O.V	d.f.	S.S
Rows	m-1	$n\sum R_i^2$
Columns	n-1	$m\sum C_j^2$
Slopes	m-1	$\sum$ (b$_i$-1)2 $\sum$ Cj2
residual	(m-1)(n-2)	$\sum\sum\Delta_{ij}^2$
Total	mn-1	$\sum\sum y_{ij}^2-mn\,\bar{y}^2$

ج– تفسير .

بمقارنة المعادلات (2-13),(2-14) نرى أن الرموز $Q_i\gamma_j$ و ε_{ij} تناظر على التوالي $(b_i-1)C_j$ و Δ_{ij} و هذا يعني ان المعلمة Q_i تناظر الإحصائية (b_i-1) لتكن $Q_i+1=B_i$.اذاً النموذج (2-13) يمكن ان يكتب بالشكل

$$y_{ij}=\mu+\rho_i+\gamma_j+(B_i-1)\gamma_j+\varepsilon_{ij} \qquad \ldots\ldots(17\text{-}2)$$

لتكن $\mu_i=\mu+\rho_i$ اذا نحصل على العلاقة الخطية

$$y_{ij}=\mu_i+B_i\gamma_j+\varepsilon_{ij} \quad \ldots\ldots.(18\text{-}2)$$

هذا يعني ان البيانات تتمثل برزمة من m من الخطوط المستقيمة مناظرة لـــ m من الصفوف و مختلفة واحدة عن الأخرى بـــ كلا العاملين μ_i و B_i

من المعادلة (2-12) ينتج

$$B=\Sigma B_i/m=\Sigma(1+Q_i)/m=1$$

اذا كان $B_i=1$ المعادلة تخفض إلى معادلة خالية من التداخل (إضافية)

ان ما أنجزه الجدول (2-3) هو انه قسم درجات الحرية للتداخل $(m-1)(n-1)$ الى قسمين $(m-1)$ لعدم الإضافية و $(m-1)(n-2)$ للخطأ العشوائي.

د – اختبار المعنوية

لنفس المشاهدات yij افترض ان هناك n من الكميات الثابتة x_j حيث ان

$$\Sigma x_j=0$$
$$Y_{ij}=\mu_i+B_i x_j+\varepsilon_{ij}$$

اذاً مقدر المربعات الصغرى لـــ B_i هي

$$\hat{b}_i=\Sigma y_{ij}x_j/\Sigma x_j^2$$

وتباين $\hat{b}_i$ هو

$$V(\hat{b}_i)=var(\varepsilon)/\Sigma x_j^2=\sigma 2/\Sigma x_j^2\ldots\ldots.(19\text{-}2)$$

بوجود الفرضية $H:B_1=B_2=\ldots.=B_m$ مقدر التباين المعطى في (2-19) وجدت من

$$Est.Var(\hat{b}_i)=\Sigma(b_i-\bar{b}')^2/(m-1)$$

و هذا يعني بوجود الفرضية و للمجموعة المعطاة من x_j المقدار $\Sigma(b_i'-\bar{b}')^2\Sigma x_j^2$

تتوزع $\sigma^2\chi^2$ حيث χ^2 لها $(m-1)$ من درجات الحرية

لتكن المجموعتان من النماذج الخطية لـــ $\{C_j\}y_{ij}$ و $\{L_{ij}\}$ حيث

$$C_j=\bar{y}_{.j}-\bar{y}_{..}\qquad j=1,2\ldots,n$$
$$L_{ij}=(\hat{b}_i-\bar{b}')\,x_j\qquad i=1,2,\ldots.m$$
$$j=1,2,\ldots.,n$$

اذاً

$$\Sigma\Sigma L_{ij}^2=\Sigma(\hat{b}_i-\bar{b}')^2\Sigma x_j^2$$

من السهولة أن نثبت أن كل عنصر في (C_j) متعامد على كل عنصر فـــي $\{L_{ij}\}$ و بوجـــود الفرضية الموضوعة لتوزيع الأخطـــاء ε_{ij} المجموعتـــان مســـتقلتان إحصـــائيا. و بالتـــالي المقدار $\bar{\sigma}^2\sum L^2_{ij}$ التي هي دالة لـــ L_{ij} هي أيضا مستقلة إحصائيا من C_j لذلك التوزيـــع الشرطي لها C_j given هي مماثلة للتوزيع غير الشرطي .

بوجود الفرضية $B_1=B_2=\ldots.=B_m$ توزيع $\sigma^2\Sigma\Sigma L_{ij}^2$ هي χ^2 بدرجة حرية $(m-1)$ لأي مجموعة ثابتة من x_j حيث ان $\Sigma x_j=0$. ألان أثبتنا أن التوزيع لم يتغير إذا فرضنا أن الثابت C_j سحبت من قيم x_j ، $x_j=C_j$ ، لكن بوجود هذا الشرط نجد